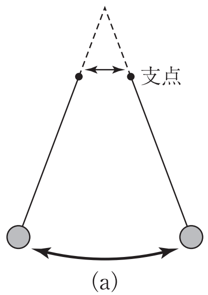

図4.4　単振り子の強制振動　(a) $\omega < \omega_0$の場合　(b) $\omega > \omega_0$の場合

するエネルギーがつり合って定常状態になるので，振幅が無限大になることはない。

単振り子を強制振動させるには，図 4.4 のように，支点を左右に振らせる。ばね振動子と同様に，支点を振らせる振動数 ω と単振り子の固有振動数 ω_0 との大小関係によって，現象が違ってくる。$\omega < \omega_0$ の場合，図 4.4(a) に示すように支点の動きと同位相でおもりが振れる。$\omega > \omega_0$ の場合，(b) に示すように支点の動きと逆位相でおもりが振れる。$\omega \approx \omega_0$ のときには共振が起こって，支点の振り幅が小さくても，おもりの振れの振幅が大きくなる。

4.2　過渡現象

減衰振動の運動方程式 (3.2) 式は，強制振動 (4.3) 式の右辺＝ 0 の場合である。よって，減衰振動の解 (3.9) 式を，長い時間が経過したときの強制振動の解 (4.11) 式に加えたとしても，それは (4.3) 式を満たす。よって，(3.9) 式と (4.11) 式の和

$$z = A\cos(\omega t - \alpha) + Be^{-\gamma t}\cos(\Omega t + \beta) \tag{4.19}$$

は，2 つの任意定数 B と β を含むので，微分方程式 (4.3) の一般解である。ただし，$\Omega = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}$ である。A および α は (4.10) 式と (4.9) 式で決まっているが，B と β は初期条件で決まる任意定数である。第 2 項は指数関数的に振幅が減衰するので，はじめは Ω(≈固有振動数 ω_0) の振動数で振動する成分があるが，その成分は次第に減衰してしまい，長い時間が経過すると，右辺第 2 項はほとんど寄与せずに，第 1 項のみが残る。つまり，振動子は，その固有振動数にかかわらず，周期的外力の振動数 ω で振動し続けるのが定常状態となる。一般に，このような運動状態の変遷を過渡現象という。

例題4.1　**強制減衰振動**

強制減衰振動の一般解 (4.19) 式で，初期条件を $t = 0$ で $z = 0$ および $\mathrm{d}z/\mathrm{d}t = 0$ とする。抵抗力は十分小さい ($\gamma \ll \omega_0$) として，外力による駆動角振動数 ω が固有角振動数 ω_0 にごく近い ($\omega \approx \omega_0$) ときの振動の様子を解析せよ。

解　初期条件より

$$A\cos\alpha + B\cos\beta = 0 \tag{4.20}$$

$$A\omega\sin\alpha - B(\gamma\cos\beta + \Omega\sin\beta) = 0 \tag{4.21}$$

(4.21) 式は，$\gamma \ll \omega_0$ より，$A\sin\alpha - B\sin\beta = 0$ と近似できるので，(4.20) 式と合わせると，$A = B$，および $\beta = \pi - \alpha$ となることがわかる。よって，(4.19) 式は

$$z(t) = A(1 - e^{-\gamma t})\cos(\omega t - \alpha) \tag{4.22}$$

となる。つまり，図 4.5 に示すように，振幅がゼロから徐々に大きくなり，一定値 A に近づいていく。この場合には，強制振動による振動と逆位相で振動する成分が消えていくので，振幅がゼロから徐々に大きくなって一定値に近づいていくのである。振動させようとすると，それに抗する慣性がはたらくので，このような現象が起きる。■

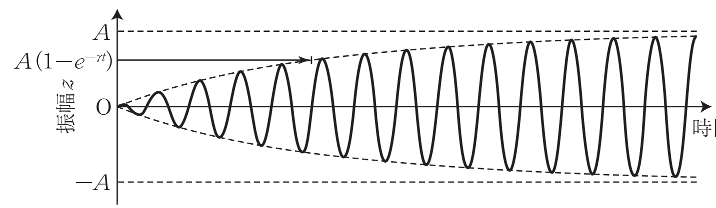

図4.5　過渡現象の 1 つの例

4.3　電気共振

図 3.2 の LCR 回路に，交流電圧 $V_{\mathrm{in}} = V_0\sin(\omega t)$ を印加した場合が図