

第2章

ニュートンの運動方程式は数学的には微分方程式と呼ばれる。運動方程式を満たす解は運動のようすを示す。微分方程式としての運動方程式を解き、そこから得られる結果が私たちの経験に合致していることを確認する。

運動方程式の解き方

2.1 運動方程式と微分方程式

第1章で示した運動方程式

$$m\mathbf{a} = \mathbf{F} \quad (1.22)$$

は単純な等式ではない。加速度 $\mathbf{a}$ は速度 $\mathbf{v}$ の時間微分 $\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \dot{\mathbf{v}}$ であり、位置 $\mathbf{r}$ の時間による2階微分 $\mathbf{a} = \frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} = \ddot{\mathbf{r}}$ である。したがって、運動方程式は微分方程式であることに注意しなければならない。(1.22) 式を書き直すと、

$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{F}; \quad m \frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} = \mathbf{F}; \quad m\dot{\mathbf{v}} = \mathbf{F}; \quad m\ddot{\mathbf{r}} = \mathbf{F} \quad (2.1)$$

のように表現できる。(2.1) 式に示した4つの微分方程式はすべて同じことを表している。

運動方程式の右辺の力 $\mathbf{F}$ には、第1章で取り上げた万有引力（重力）の他に、電荷を持つ物体と磁気を持つ物体に現れる電磁気力、原子核を形成している核力をはじめ、日常の生活の中では、圧力や摩擦力、筋肉の伸縮によって及ぼす力など種々の力が入る。したがって、 $\mathbf{F}$ は、さまざまな状況に応じて、さまざまな変数によって表される関数である。力学で扱う力は、位置、速度、時間の関数として一般的に $\mathbf{F}(\mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}}, t)$ と表される。 $\mathbf{F}$