

完全独習 相对性理論

Theory of Relativity
Nobuo Yoshida

吉田伸夫

講談社

はじめに

近代的な力学理論を大成したニュートンは、1687年に刊行された名著『自然哲学の数学的諸原理（プリンキピア）』の中で、力や質量の意味を具体的に定義しながら、時間と空間については厳密な規定を行わず、ただ、絶対的な時間は何が起きるかによらずに様に流れ、絶対的な空間は何が起きるかによらずに不動不変だ—と述べるにとどめた。この曖昧な絶対時間・絶対空間というアイデアは、それ以後の200年あまりにわたって、力学的な議論の根底に据えられることになる。相対性理論（以下、短く「相対論」と書くことにする）とは、時間と空間が絶対的だという見方を否定するものである。

時間と空間は、式の上では時間座標と空間座標によって表される。相対論は、この座標系が絶対的なものではなく、別の座標系に変換しても物理法則が変換前と変わらないことを主張する理論である。相対論には、特殊相対論と一般相対論の2つがあるが、座標軸を曲げたり伸縮させたりせず真っ直ぐなまま変換する場合に限るのが特殊相対論、部分的に曲げたり伸縮させたりする場合まで含むのが一般相対論である。容易に想像できるように、特殊相対論に比べて一般相対論は数学的にはるかに難しく、大学院の専門課程で学ぶ高等数学を使わなければ適切に扱えない。そのせいもあって、一般相対論には、主に量子論と関連する領域で未解決の問題が多く、第一線の理論物理学者が盛んに研究を進めている。一方、特殊相対論は、せいぜい精密実験の精度を問題とする際に言及されるくらいで、物理学者にとっては、大学生の時期にマスターしておくべき基本事項でしかない。

このことが、物理学者の執筆する相対論の入門書を、ひどくわかりにくいものにする原因ともなっている。相対論の基本的な考え方を理解するためには、「座標系を変換しても物理法則が変わらない」という命題が具体的に何を意味するかをつかまなければならない。ところが、専門研究に相対論を利用する人にとって、この命題は、物理学者として物心が付いた頃にはすでに当たり前になっており、どのようなプロセスを経て自分がその意味をつかむに至ったか覚えていないものである。特殊相対論とは、一般相対論に至るための入り口にすぎず、特殊相対論をマスターするとは、その計算手法を身に付けることに他ならない—物理学者が著した相対論の入門書は、この観点から執筆されているため、しばしば、相対論の考え方に関する説明をおごなりにしたまま、計算をする上

で最も重要な公式となるローレンツ変換を慌ただしく導こうとする。そこで採用されるのが、「光速不変の原理」である。光速が一定であることを前提とすれば、ローレンツ変換は比較的容易に導けるので、後は、ローレンツ短縮や質量とエネルギーの関係などの重要な公式を次々と演繹するだけである。こうした論述構成には、「物理学者になるつもりならば、これらの式を使って計算ができるようにならなければならない」という執筆者の思惑が見て取れる。

しかしながら、多くの初学者は、ローレンツ変換から導かれる諸公式を使いこなせるようになるどころか、最初の「光速不変の原理」で躓いてしまう。なぜ、光速が一定であることを前提としなければならないのか？マイケルソン＝モーレーの実験では、確かに地球の公転による光速の変化が検出されなかったが、所詮は誤差を伴う実験結果にすぎない以上、物理学の原理に据えるほど決定的ではないはずである。ここで疑問を感じ始めると、どうしても先に進めなくなってしまう。

おそらく、物理学者になった人たちも、学生時代には、そうした疑問を感じたことがあるのだろう。だが、物理学の専門課程を履修しようとする、そうした疑問を抱いて足踏みすることは許されない。電磁気学の演習では、マクスウェル方程式を使ってさまざまな問題をひたすら解く修練が繰り返される。実は、マクスウェル方程式は、その中に光速不変性を理論の帰結として含んでおり、これを反復して使っていると、いつの間にか、光速不変性が当たり前に思えてくるのである。しかも、相対論の手法に従って、電場や磁場ではなく4元ポテンシャルを使って電磁気学を定式化すると、難しかった公式が嘘のようにシンプルになる。そうした経験を積んでいるうちに、特殊相対論の発想が頭脳に染みついてしまい、その意味を取って説明しなくてもかまわないように思えてくる。だが、入門書を手にする多くの読者は、電磁気学の練習を繰り返す前の段階にあり、相対論の発想そのものを理解したいと願っているはずである。

本書では、光速不変性を出発点とせず、相対論的な考え方の基礎となる座標変換と物理法則について議論するところから始める。理論の考え方そのものをつかもうと一人で勉強していると、どうしても思考の迷路に入り込み、しばしばいらぬ誤解にとらわれてしまう。そうした不都合を避けることが、本書の主要な目的である。タイトルに「完全独習」と付されているが、独習によって、相対論の（計算テクニックではなく）考え方をマスターしてほしいというのが、著者の願いである。

途中でいくつかの問題を出しているが、これらは、計算テクニックを身に付けるための練習問題ではない（計算の仕方を独習したい場合は、相対論の参考書よりも、真空中の電磁気学に関する問題集を勉強した方が良い）。そうではなく、問題を解くことで相対論の考え方を少しずつ身に付けられるように配慮したつもりである。

本書で出題される問題には、【基本問題】【練習問題】【発展問題】の3種類がある。【基

本問題】は、文字通り、相対論の考え方の基本を問いの形で言い換えたもので、3題に絞り込んだ。いずれも正解があるものではなく、考えるきっかけにしてほしい。あらかじめ、3題の基本問題を記しておく。

【基本問題1】周囲に何も無い無重力の宇宙空間を漂っているとき、自分が動いているか止まっているかを判定する方法はあるか（第1章）。

【基本問題2】現在を過去・未来から区別するような物理的根拠はあるか（第3章）。

【基本問題3】宇宙の全体的な構造を決めるランドデザインはあるか（第10章）。

これらの基本問題は、たとえ正解を知っていると思う場合でも、自分なりにきちんと考えることを望む。

【練習問題】は、議論を進めるために利用される問題で、解答に至る道筋を解説しているが、これを読む前に、できる限り自分で解いてみてほしい。

【発展問題】は、本書で説明しきれない応用に関する問題で、解答のためのヒントを記すだけにとどめる。高度な問題も多いので、余裕のある読者だけがチャレンジすれば良い。

本書の記述は、できる限り高校で履修される範囲（微積分や電磁気学などを含む）に収めるように努めたが、どうしても偏微分や波動方程式など、高校の数学や物理を越える部分が出てしまった。理解するのに必要な最低限の説明を加えたので、それで許していただきたい。また、興味を持つ読者のために、高校での履修範囲を大きく越える節も用意した。そうした節には★印を付けたので、難しいと感じる読者は、その節だけをとばしてもかまわない。

目次

はじめに iii

第I部 特殊相対論 1

第1章 相対性原理 2

1-1 静止と運動の相対性.....	2
1-2 伝播過程を考慮した議論.....	10
1-3 座標系の変換.....	12
1-4 ニュートン力学とガリレイ変換.....	17
コラム アインシュタインはいかにして相対論を思いついたか.....	24

第2章 電磁気現象の相対性 26

2-1 電場と磁場の変換.....	26
2-2 電磁波とローレンツ変換.....	38
コラム 相対論と光.....	52

第3章 特殊相対論 55

3-1 時間とは何か.....	55
3-2 ミンコフスキー時空.....	62
3-3 ローレンツ変換のさまざまな表現.....	70
3-4 相対性原理とローレンツ対称性.....	77
3-5 ローレンツ対称性の適用に関するコメント.....	80
コラム 時間は流れないという思想.....	82

第4章 相対論的力学 84

4-1 相対論的な運動学	84
4-2 相対論的な運動方程式	92
4-3 力学的保存則	97
4-4 4次元での定式化	107
コラム $E=mc^2$ がもたらしたもの	109

第5章 相対論的な場の理論 111

5-1 場の理論	111
5-2 電磁気学の相対論的な定式化	120
5-3 相対論と量子論	126
コラム 朝永の超多時間理論	134

第6章 相対論に対する誤解 137

6-1 相対論のパラドクス	137
6-2 量子効果は光速を超えられるか?	147
6-3 相対論の原理は何か?	157
コラム 超光速ニュートリノ騒動	163

第II部 一般相対論 167

第7章 相対論と重力 168

7-1 等価原理	168
7-2 等価原理の検証	179
7-3 等価原理から一般相対論へ	185
コラム グロスマンの貢献度は?	191

第8章 重力場の方程式 194

8-1 曲面と微分幾何学	194
8-2 リーマン幾何学	202
8-3 物理学への応用	214
コラム カントのアンチノミー論	218

第9章 ニュートン理論との比較 220

9-1 アインシュタイン方程式	220
9-2 重力場のニュートン近似	226
9-3 粒子の運動方程式	229
9-4 シュヴァルツシルト解	234
コラム ブラックホールを否定したアインシュタイン	242

第10章 宇宙論 244

10-1 一般相対論の境界条件	244
10-2 静的な宇宙モデル	252
10-3 動的な宇宙モデル	260
10-4 相対論的な宇宙像	266
コラム パイオニアたちの真実	267
コラム 重力波を求めて	268

付録A ベクトルと行列 271

付録B 電磁気学における磁場の定義と単位系 274

第 1 部

特殊相对論

PART

第 1 章

相対性原理

§ 1-1 静止と運動の相対性

1961 年、ソビエトが打ち上げた宇宙船ボストーク 1 号は、人間を初めて高度 100 km 以上の宇宙空間に送り出した。このとき、搭乗していたガガーリンは、無重力になったことがわかるようにと、船内に熊の人形を吊り下げておいたという。ボストークから半世紀以上を経たこんにち、すでに 500 人を超える宇宙飛行士が無重力状態を体験している。スペースシャトルや国際宇宙ステーションの時代に入ってから、船内でくつろぐ飛行士の鮮明な映像が、一般の人々の目に入るようになった。こうした映像を通じて、現代に生きる人々は、重力のない世界にかなり馴染んでいるはずである。

スペースシャトルの船内が無重力になるのは、船体を含む全ての物体が同じ重力加速度で落下するために重力の影響が現れなくなるからであり、地球の重力圏を脱したわけではないが、無重力空間がどのようなものをイメージするには、シャトル内の光景を思い浮かべるとわかりやすい。無重力状態では、固定されていない全ての物体が浮き上がり宙を漂う。浮き上がった物体は、ほんの少し押しやるだけで、後は力を加えなくても、同じ方向に動き続ける。スペースシャトルの船内には空気抵抗が存在するが、これが無視できるならば、他の物体にぶつかるまで慣性の法則に従って一定速度の運動（慣性運動）を続ける。「重力がなければ、物体は宙に浮遊して慣性運動をする」というイメージをしっかりと思い描くことは、現代的な空間・時間概念を考えていく上で、きわめて有用である。

われわれの身の回りでは、あらゆる物体は重力で大地に押しつけられる。このため、たとえ初速度を与えて動かしたとしても、摩擦によって運動エネルギーを失い、しだいに静止に向かう。大気や海水は絶えず揺らめいているが、これは、太陽から放射エネルギーが供給され続けているからであり、エネルギーの供給が途絶えれば、海水は氷結し、大気は自転に伴う単調な流れだけになる。やがては大気も宇宙空間に飛散して失われ、あ

あらゆる動きが止まった寂寞たる世界が訪れる。地球上では、万物は静止に向かっている。

ところが、無重力となる宇宙空間では、事情は異なる。あらゆる物体は、どこまでも慣性運動を続け、静止することがない。遠い将来、全ての恒星が核融合の燃料を使い尽くして、光を放射しない重い天体ばかりになったときを想像していただきたい。天体の大半は、銀河の中心にある巨大なブラックホールに飲み込まれていくが、一部は銀河から弾き飛ばされて、銀河間のほとんど何もない場所を半永久的に漂い続けるだろう。こうした天体は、たとえ宇宙空間がほぼ絶対零度になるまで冷え切り、生命の影すら見えなくなった後も、いつまでも慣性運動を続けるはずである（ただし、10の何十乗年という気の遠くなるような時間が経過すると、物質そのものが消失する可能性がある）。

身の回りの現象では、静止と運動は本質的に異なっている。運動の過程でエネルギーが散逸した結果として到達するのが静止状態であり、静止している物体を動かすにはエネルギーを供給しなければならない。静止と運動の間に差が生じる要因となるのが、摩擦や抵抗の存在である。流体内部を運動する物体は、運動を妨げる向きに粘性抵抗を受ける（粘性のない完全流体ならば抵抗はゼロだが、こうした流体が現実存在するとは考えにくい）。流体に関するストークスの法則が成り立つときには、粘性抵抗の大きさは速度に比例する。動摩擦の場合、摩擦力の大きさはあまり速度に依存せず、近似的には「動摩擦力の大きさは速度によらない」というクーロンの摩擦法則が成り立つが、速度がゼロになったとたんに動摩擦から静止摩擦に変わるので、静止と運動の違いは、流体中の運動よりもさらに明瞭である。

しかし、無重力空間に浮かぶ物体になると、摩擦や抵抗がないこともあって、静止と運動の違いは判然としなくなる。スペースシャトルの船内ならば船体に対する相対的な運動を定義することが可能だが、周囲に何もない宇宙空間に浮かんでいる場合は、果たして動いているのか止まっているのか、判定しづらい。

ここで、「はじめに」にも書いた最初の基本問題を出したい。正解を知っていると思う人も、もう一度じっくり考えていただきたい。

【 基本問題① 】 Fundamental Problem 1

周囲に何もない無重力の宇宙空間を漂っているとき、自分が動いているか止まっているかを判定する方法はあるか。

(解答)
Solution

いくつかのポイントに分けて考えることができる。

(1) 静止の基準はあるか。

古代においては、大地が絶対的な静止の基準となっていたが、コペルニクスの転回がなされた現在、宇宙空間にこうした基準を見いだすことができるのだろうか。

天体や銀河は、基準にならない。標準的な銀河形成論によれば、宇宙空間にほぼ均質に散らばっていた物質が凝集してまず球状星団を形作り、その後、球状星団が合体して銀河が形成されたと考えられるが、こうした星団や銀河の合体は、現在もおお続けている。われわれの住む天の川銀河も、おおいぬ座矮小銀河をバラバラにしながらか吸収しつつある。近傍にある銀河のうち、いて座矮小銀河は天の川銀河に近づいているが、大マゼラン雲は離れている。大型の銀河も相互に運動している。239万光年彼方にあるアンドロメダ銀河は、秒速100 km以上のスピードで天の川銀河に接近中で、数十億年後に両者が合体して巨大な楕円銀河になると推定されている。銀河ですら静止しているわけではない。特定の銀河に対する相対速度を測定したとしても、自分が宇宙空間の中で動いているか止まっているかを判定する根拠にはならない。

この宇宙には、絶対温度2.725 Kの熱放射があることが観測されている。いわゆる宇宙背景放射である。この放射を精密測定すると、1000分の1程度の割合で方位による温度差があることがわかり、その結果から、全方位で温度が一定に見える座標系に対して、天の川銀河は秒速370 km程度で動いていることが判明した。それでは、この座標系こそが絶対的な静止の基準になるのだろうか？

多くの宇宙論研究者は、そうではないと考えている。その理由は、宇宙背景放射が、ビッグバンという過去に起きたイベントの名残にすぎないからである。ビッグバンの時点でエネルギーの流れがない（エネルギー流とともに動く）座標系を設定すると、これが、現時点で宇宙背景放射が等方的に見える座標系となる。この座標系は、あくまでビッグバンというイベントをもとに定義されるものであり、絶対的な静止を定めるものではないという見方が学界の主流である。

もちろん、宇宙背景放射がビッグバンの名残だという見解は、特定の宇宙モデルに基づいた仮説であり、間違っている可能性もある。しかし、このモデルは、多くの観測データと整合的であり、今のところ、棄却すべきだと主張する