

この問題集を使うみなさんへ

1 EJU「数学コース1」とは

EJU(日本留学試験)「数学コース1」は、高校の数学IAとだいたい同じです。

数学コース1の出題範囲(どのような問題がどこから出るか)はとても広いので、勉強するのがとても大変です。ですから、この問題集は、2003年から2015年のEJU「数学コース1」の試験を調べて、よく出る問題を選んでつくりました。

2 この問題集をつくるときに工夫したこと

この問題集をつくるときに工夫したことは、次の～です。

「基本問題」では、どのように式変形をしているのかがわかりやすくなるように、ていねいで、なるべく簡単でわかりやすい解説(どうしてその答えになるのかという説明)をしました。特に「基本問題」のほうでは、普通の問題集では書かれることの少ない注意も入れ、数学の苦手な人でも、なるべく理解しやすくなるように工夫しました。

EJUを受験する人は、N2(日本語能力試験2級)をもっている人が多いと思います。でもN1(日本語能力試験1級)はまだもっていなかったり、まだ勉強途中の人も多いと思います。ですから、なるべくN2までの語を使って解説などを書くようにしました。でも、どうしてもN1や、もっと難しい語を使わなくてはいけない場合があります。そのような場合は、N2までの簡単な日本語に置き換えて説明するようにしました。また、N2以上の漢字にはルビを付けました(漢字の上に漢字の読み方をひらがなやカタカナで書きました)ですから、漢字があまり得意ではない人も読みやすいと思います。

なるべく簡単でわかりやすい解説をするようにがんばりましたが、どうしても解説が長くなってしまったところがあります。できるだけひとつの文を短くしたり、図や表を使ったりして、何をやっているか少しでもわかりやすくなるようにしました。

この問題集で使っている設問は、EJU数学の平成15年(2003年)度から平成27年(2015年)度の問題を中心として、大学入試センター試験(「数学I」「数学IA」)やいろいろな大学入試から選びました。問題はたくさんありましたが、そのなかからよく出る問題を選びました。実際に試験に出た問題ですから、EJUの試験にはどんな問題が出るのかわかりますし、よい練習になると思います。

この問題集ではすべての問題に難易度()を付けました。「基本問題」には 表示をしていませんが、どれも (やさしい)で、これだけは確実に理解したいという内容になっています。したがって、「基本問題」だけをやっても効果があるようにつくられています。一方、「応用問題」は、すべての問題に (やさしい)、 (標準～やや難しい)、 (難しい)という難易度を付けました。それぞれのレベルを考えて解く問題を選んでみてください。

3 この問題集の使い方

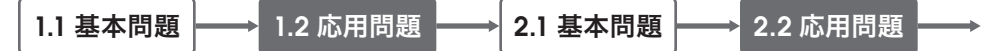
この問題集は6つの章からできています。各章は、基本問題と応用問題の2つの部分に分かれています。「基本問題」では、「例題」で基本的な問題の解き方、考え方を学ぶことができます。「類題」は、それぞれの「例題」と同じような考え方をすることによって解ける問題になっています。「例題」の解説を読んでわかったと思ったら、確認のために「類題」を解いてみましょう。「応用問題」では、「基本問題」よりも難しい問題、他の章の内容も合わせて考えたりする問題があります。「類題」の解答は、別冊にまとめてあります。

この問題集はさまざまなレベルに合わせて使うことができます。例えば、次のような使い方が考えられます(いくつかの例をあげますが、必ずしもこのような使い方をする必要はありません)。

例1 数学が得意で、高得点を狙いたい人向け

基礎を確認して、「応用問題」をひとつひとつじっくりと考えてみましょう。まず1.1「基本問題」を簡単に確認します。得意だという人ならば、ここの「例題」はほとんど問題なく解けると思います。もしかしたら、一部忘れてしまっていたようなところも出てくるかもしれません。そのようなところがあったときは、その部分をよく勉強して、基礎を固めましょう。

基礎の確認が終わったら、1.2「応用問題」をひとつずつじっくり解いていきましょう。他の章もそのようなやり方でとりくんでみましょう。



のほうを、重点的にとりくんでみてください。

例2 数学が得意でもないが、苦手でもない人向け

まずは基礎をしっかり固め、できる範囲で「応用問題」にもチャレンジしてみましょう。まず1.1「基本問題」が確実に解けるように知識をつけます。解き方が自分で納得できるまで、よく解説を読んで、考えてみてください。1.1「基本問題」がだいたいわかったと思っ

たら, 1.2「応用問題」へ進んでみましょう。難しいと思ったら, いったん「基本の確認」に示してある「例題」を復習してみてください。また, 思ったよりも時間がかかってしまうのであれば, 応用問題や類題は適当に飛ばしながら進めてもよいと思います。



例3 数学が苦手な、勉強時間もあまりとれない人向け

まずは基本問題だけを確実に解けるようにしましょう。1.1「基本問題」にとりくみます。時間がなければ例題を数分考えても解けなければ, 解説を読んでしまってもかまいません。その代わりに, 解説をしっかりと読んで, 自分の力で解けるようになるまで, 何度もくり返しましょう。1.1「基本問題」がだいたいできたら, 1.2「応用問題」は飛ばして, 2.1「基本問題」に進みましょう。先に基本問題をすべて終わらせてから, 余裕があれば応用問題にとりくんでいきましょう(あるいは応用問題の問題だけを解いてみるのもよいでしょう)。



余裕があれば,



数学コース1 目次

はじめに	iii
この問題集を使うみなさんへ	iv

Chapter 1 式と計算

1.1 基本問題	2
1 式の展開	2
2 因数分解	4
3 有理化の方法	5
4 二重根号の外し方	6
5 整数部分と小数部分	7
6 1次不等式と連立不等式	8
7 2次方程式の解き方, 判別式	11
8 絶対値	13
9 絶対値の入った方程式	14

1.2 応用問題

Chapter 2 2次関数

2.1 基本問題	30
1 関数	30
2 2次関数の一般形と基本形	30
3 2次関数のグラフ, 頂点, 軸の方程式	30
4 平方完成	31
5 2次関数の最大と最小	34
6 2次関数の最大と最小(定義域が制限された場合)	36
7 点と放物線の平行移動	38
8 点やグラフの対称移動	41
9 2次関数の決定問題	43
10 2次関数とx軸との共有点	44
11 いろいろな関数どうしの共有点	47
12 2次不等式の解	49

2.2 応用問題

Chapter 3 三角比と図形	68
3.1 基本問題	68
1 三角比の定義	68
2 有名角の三角比の値	69
3 三角比の相互関係	70
4 三角比の相互関係	72
5 三角比の拡張	73
6 90°以上の有名角	74
7 三角方程式	75
8 三角比の相互関係	76
9 三角比の相互関係	78
10 正弦定理	79
11 余弦定理	80
12 三角形の面積	81
13 その他，図形問題で役立つ知識	83
3.2 応用問題	86
Chapter 4 場合の数と確率	94
4.1 基本問題	94
1 集合と記法	94
2 部分集合	94
3 和集合，共通部分	94
4 全体集合と補集合	95
5 ド・モルガンの法則	95
6 集合の元の個数の公式	95
7 場合の数の基本 和の法則	97
8 場合の数の基本 積の法則	97
9 順列	97
10 重複順列	98
11 組合せ	99
12 同じものを含む順列	101
13 確率の基本	102
14 和事象，積事象	103
15 互いに排反である	103
16 余事象	103
17 確率の基本性質	103
18 独立試行	104
19 反復試行	105
4.2 応用問題	107
Chapter 5 集合と命題	120
5.1 基本問題	120
1 命題	120
2 条件	120
3 仮定と結論	120
4 命題と集合との関係	121
5 否定	122
6 または，かつの否定	122
7 逆・裏・対偶	123
8 必要条件・十分条件・必要十分条件	124
5.2 応用問題	126
Chapter 6 整数問題	134
6.1 基本問題	134
1 約数，倍数	134
2 素数	134
3 素因数分解の一意性	134
4 約数の個数，総和	134
5 互いに素	135
6 整数問題の考え方	136
6.2 応用問題	138
索引	149

1 式の展開

はじめは、これからの問題を解いていくときに基本となる展開や(次に出てくる因数分解)の公式を復習しましょう。

Point

展開の公式

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

$$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$$

$$(ax+b)(cx+d) = acx^2 + (ad+bc)x + bd$$

$$(a+b)(a^2-ab+b^2) = a^3 + b^3$$

$$(a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3 - b^3$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$$

【例題1】

次の式を展開しなさい。

$$(x+3)^2 \quad (y-5)^2 \quad (x+1)(x-1) \quad (x-3)(x+4) \quad (2x-3)(3x-1)$$

$$(t-3)(t^2+3t+9) \quad (a+4)^3 \quad (x-2y+3z)^2$$

例題1の解説

例えば、 $(x+3)^2$ を計算しようと思ったら、公式を用いて、 $a=x$ 、 $b=3$ を代入することによって、次のように計算することができます。

$$(x+3)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 3 + 3^2 = x^2 + 6x + 9$$

他の問題についても、何の公式を用いて、何を代入すればよいのかを考えてやってみましょう。

公式を用いて、 $a=y$ 、 $b=5$ を代入すると、

$$(y-5)^2 = y^2 - 2 \cdot y \cdot 5 + 5^2 = y^2 - 10y + 25$$

公式を用いて、 $a=x$ 、 $b=1$ を代入すると、

$$(x+1)(x-1) = x^2 - 1^2 = x^2 - 1$$

公式を用いて、 $a=-3$ 、 $b=4$ を代入すると(x はそのままでよい)、

$$(x-3)(x+4) = x^2 + (-3+4)x + (-3) \cdot 4 = x^2 + x - 12$$

公式を用いて、 $a=2$ 、 $b=-3$ 、 $c=3$ 、 $d=-1$ を代入すると、

$$(2x-3)(3x-1) = 2 \cdot 3x^2 + \{2 \cdot (-1) + (-3) \cdot 3\}x + (-3) \cdot (-1) = 6x^2 - 11x + 3$$

公式を用いて、 $a=t$ 、 $b=3$ を代入すると、

$$(t+3)(t^2-3t+9) = t^3 + 3^3 = t^3 + 27$$

公式を用いて、 $b=4$ を代入すると、

$$(a+4)^3 = a^3 + 3a^2 \cdot 4 + 3a \cdot 4^2 + 4^3 = a^3 + 12a^2 + 48a + 64$$

公式を用いて、 $a=x$ 、 $b=-2y$ 、 $c=3z$ を代入すると、

$$\begin{aligned} (x-2y+3z)^2 &= x^2 + (-2y)^2 + (3z)^2 + 2 \cdot x \cdot (-2y) + 2 \cdot (-2y) \cdot (3z) + 2 \cdot (3z) \cdot x \\ &= x^2 + 4y^2 + 9z^2 - 4xy - 12yz + 6zx \end{aligned}$$

! 注意

どの問題でも、最初の=のところでは、公式にさまざまな値を代入しています。代入というのは、公式の中のそれぞれの文字を決めた数字や文字、式に置き換えると約束したような値ですべて書き換えていくことです。だったら、公式に出てくる a という文字を x に、 b という文字を 3 に書き換えています。書き換え以外のことは何もしていません。計算のやり方がよくわからない、よく間違えるという人は、このことを他の問題でもすべてしっかり確認してください。


1 複雑な展開

【問1】〔 〕

次の式を計算しなさい。

$$(x - y + z)(x - y - 2z) \quad (x + 2)(x + 4)(x - 3)(x - 5)$$

基本の確認 例題1

解説  共通する部分をひとつの文字で置き換えてまとめると、計算しやすくなります。そのような置き換えができるように、かける組み合わせを工夫します。

解答 
 $x - y = X$ とおくと、

$$\begin{aligned} (x - y + z)(x - y + 2z) &= (X + z)(X - 2z) \\ &= X^2 - zX - 2z^2 \\ &= (x - y)^2 - z(x - y) - 2z^2 \\ &= x^2 - 2xy + y^2 - zx + yz - 2z^2 \\ &= x^2 + y^2 - 2z^2 - 2xy + yz - zx \end{aligned}$$

$$\overbrace{(x + 2)(x + 4)(x - 3)(x - 5)} = (x^2 - x - 6)(x^2 - x - 20)$$

 $x^2 - x = X$ とおくと、

$$\begin{aligned} &= (X - 6)(X - 20) \\ &= X^2 - 26X + 120 \\ &= (x^2 - x)^2 - 26(x^2 - x) + 120 \\ &= x^4 - 2x^3 + x^2 - 26x^2 + 26x + 120 \\ &= x^4 - 2x^3 - 25x^2 + 26x + 120 \end{aligned}$$

【類題1】〔 〕次の式を展開しなさい $\left(\frac{x}{2} + 1\right)\left(\frac{x}{2} + 2\right)\left(\frac{x}{2} + 3\right)\left(\frac{x}{2} + 4\right)$

2 複雑な因数分解

【問2】〔 〕

次の式を因数分解しなさい。

$$2x^2 - 9x + 4 \quad 2ab + 6a - 5b - 15$$

基本の確認 例題2

解説  たすき掛け

基本例題では、 $x^2 + Ax + B$ という形を扱いましたが、ここでは $Ax^2 + Bx + C$ という形を因数分解する方法を考えましょう。2ページのPoint：展開の公式をもとに考えます。もし、 $A = ac$ 、 $B = ad + bc$ 、 $C = bd$ となる整数 a 、 b 、 c 、 d を見つければ、 $Ax^2 + Bx + C = (ax + b)(cx + d)$ と因数分解できます。そこで、それを次の方法で見つけます。

 $A = ac$ 、 $C = bd$ から、「かけて A 、かけて C 」となる (a, c) 、 (b, d) の候補を見つける。
その候補を見つけたら図1のように a 、 b 、 c 、 d を並べる。

図1の a 、 b 、 c 、 d に対して、クロスさせるように2つずつ掛け合わせ、右側にその値を書く(図2)。

で書いた2つの値を足し合わせたものをその下に書く(図2)。

で書いたものが B に一致していれば、その a 、 b 、 c 、 d で決まりです。ただし、この方法は一回でうまくいくとは限らないので、の候補をいくつか見つけて、一致するまで何回も調べる作業が必要です。

[図1] $\begin{array}{cc} a & b \\ c & d \end{array}$ [図2] $\begin{array}{cc} a & b \rightarrow bc \\ c & d \rightarrow ad \\ \hline & ad + bc \end{array}$

少し式が複雑になった因数分解です。こういうときは、「ひとつの文字について着目して整理する」というのがコツですので覚えておいてください。そうすると、共通因数が見つかりやすくなります。

解答 

$2x^2 - 9x + 4$ なので、積が $ac = 2$ 、 $bd = 4$ となる整数 a 、 b 、 c 、 d を考える。このうち、たすき掛けを行って、 $ac + bd = -9$ となるものを探すと、 $a = 2$ 、 $b = -1$ 、 $c = 1$ 、 $d = -4$ となることがわかる。よって、 $2x^2 - 9x + 4 = (2x - 1)(x + 4)$

