この問題集を使うみなさんへ

1 EJU「数学コース1」とは

EJU（日本留学試験）「数学コース1」は，高校の数学IAとだいたい同じです。

数学コース1の出題範囲（どのような問題がどこから出るか）はとても広いので，勉強するのがとても大変です。ですから，この問題集は，2003年から2015年のEJU「数学コース1」の試験を調べて，よく出る問題を選んでつくりました。

2 この問題集をつくるときに工夫したこと

この問題集をつくるときに工夫したことは，次の①～⑤です。

① 「基本問題」では，どのように式変形をしているのかがわかりやすくなるように，ていねいで，なるべく簡単でわかりやすい解説（どうしてその答えになるのかという説明）をしました。特に「基本問題」のほうでは，普通の問題集では書かれることの少ない注意も入れ，数学の苦手な人でも，なるべく理解しやすくなるように工夫しました。

② EJUを受験する人は，N2（日本語能力試験2級）をもっている人が多いと思います。でもN1（日本語能力試験1級）はまだもっていなかったり，まだ勉強途中の人も多いと思います。ですから，なるべくN2までの語を使って解説などを書くようにしました。でも，どうしてもN1や，もっと難しい語を使わなくてはいけない場合があります。そのような場合は，N2までの簡単な日本語に置き換えて説明するようにしました。また，N2以上の漢字にはルビを付けました（漢字の上に漢字の読み方をひらがなやカタカナで書きました）。ですから，漢字があまり得意ではない人も読みやすいと思います。

③ なるべく簡単でわかりやすい解説をするようにがんばりましたが，どうしても解説が長くなってしまったところがあります。できるだけひとつの文を短くしたり，図や表を使ったりして，何をやっているか少しでもわかりやすくなるようにしました。

④ この問題集で使っている設問は，EJU数学の平成15年（2003年）度から平成27年（2015年）度の問題を中心として，大学入試センター試験（「数学I」「数学IA」）やいろいろな大学入試から選びました。問題はたくさんありましたが，そのなかからよく出る問題を選びました。実際に試験に出た問題ですから，EJUの試験にはどんな問題が出るのかわかりますし，よい練習になると思います。

⑤ この問題集ではすべての問題に難易度（★）を付けました。「基本問題」には★表示をしていませんが，どれも★☆☆（やさしい）で，これだけは確実に理解したいという内容になっています。したがって，「基本問題」だけをやっても効果があるようにつくられています。一方，「応用問題」は，すべての問題に★☆☆（やさしい），★★☆（標準～やや難しい），★★★（難しい）という難易度を付けました。それぞれのレベルを考えて解く問題を選んでみてください。

3 この問題集の使い方

この問題集は6つの章からできています。各章は，基本問題と応用問題の2つの部分に分かれています。「基本問題」では，「例題」で基本的な問題の解き方，考え方を学ぶことができます。「類題」は，それぞれの「例題」と同じような考え方をすることによって解ける問題になっています。「例題」の解説を読んでわかったと思ったら，確認のために「類題」を解いてみましょう。「応用問題」では，「基本問題」よりも難しい問題，他の章の内容も合わせて考えたりする問題があります。「類題」の解答は，別冊にまとめてあります。

この問題集はさまざまなレベルに合わせて使うことができます。例えば，次のような使い方が考えられます（いくつかの例をあげますが，必ずしもこのような使い方をする必要はありません）。

〈例1〉 数学が得意で，高得点を狙いたい人向け

基礎を確認して，「応用問題」をひとつひとつじっくりと考えてみましょう。①まず1.1「基本問題」を簡単に確認します。得意だという人ならば，ここの「例題」はほとんど問題なく解けると思います。もしかしたら，一部忘れてしまっていたようなところも出てくるかもしれません。そのようなところがあったときは，その部分をよく勉強して，基礎を固めましょう。②基礎の確認が終わったら，1.2「応用問題」をひとつずつじっくり解いていきましょう。③他の章もそのようなやり方でとりくんでみましょう。

1.1 基本問題 → **1.2 応用問題** → **2.1 基本問題** → **2.2 応用問題** →

（網掛け）のほうを，重点的にとりくんでみてください。

〈例2〉 数学が得意でもないが，苦手でもない人向け

まずは基礎をしっかり固め，できる範囲で「応用問題」にもチャレンジしてみましょう。①まず1.1「基本問題」が確実に解けるように知識をつけます。解き方が自分で納得できるまで，よく解説を読んで，考えてみてください。②1.1「基本問題」がだいたいわかったと思っ

たら，1.2「応用問題」へ進んでみましょう。難しいと思ったら，いったん「基本の確認」に示してある「例題」を復習してみてください。また，思ったよりも時間がかかってしまうのであれば，応用問題や類題は適当に飛ばしながら進めてもよいと思います。

1.1 基本問題 → 1.2 応用問題 → 2.1 基本問題 → 2.2 応用問題 →

〈例 3〉　数学が苦手で，勉強時間もあまりとれない人向け

まずは基本問題だけを確実に解けるようにしましょう。①1.1「基本問題」にとりくみます。時間がなければ例題を数分考えても解けなければ，解説を読んでしまってもかまいません。その代わり，解説をしっかり読んで，自分の力で解けるようになるまで，何度もくり返しましょう。②1.1「基本問題」がだいたいできたら，1.2「応用問題」は飛ばして，2.1「基本問題」に進みましょう。先に基本問題をすべて終わらせてから，余裕があれば応用問題にとりくんでいきましょう（あるいは応用問題の★☆☆の問題だけを解いてみるのもよいでしょう）。

1.1 基本問題 → 2.1 基本問題 → 3.1 基本問題 → 4.2 基本問題 →

余裕があれば，

1.2 応用問題 → 2.2 応用問題 → 3.2 応用問題 → 4.2 応用問題 →

数学コース１◉目次

Chapter 1 式と計算 1.1 基本問題

1 式の展開

はじめは，これからの問題を解いていくときに基本となる展開や（次に出てくる因数分解）の公式を復習しましょう．

Point

〈展開の公式〉

① $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

② $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

③ $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

④ $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$

⑤ $(ax+b)(cx+d)=acx^2+(ad+bc)x+bd$

⑥ $(a+b)(a^2-ab+b^2)=a^3+b^3$

⑦ $(a-b)(a^2+ab+b^2)=a^3-b^3$

⑧ $(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

⑨ $(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$

⑩ $(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca$

【例題 1】

次の式を展開しなさい．

(1) $(x+3)^2$　(2) $(y-5)^2$　(3) $(x+1)(x-1)$　(4) $(x-3)(x+4)$　(5) $(2x-3)(3x-1)$

(6) $(t-3)(t^2+3t+9)$　(7) $(a+4)^3$　(8) $(x-2y+3z)^2$

例題 1 の解説

(1) 例えば，$(x+3)^2$ を計算しようと思ったら，公式①を用いて，$a=x$，$b=3$ を代入することによって，次のように計算することができます．

$$(x+3)^2=x^2+2\cdot x\cdot 3+3^2=x^2+6x+9$$

他の問題についても，何の公式を用いて，何を代入すればよいのかを考えてやってみましょう．

(2) 公式②を用いて，$a=y$，$b=5$ を代入すると，

$$(y-5)^2 = y^2-2\cdot y\cdot 5+5^2=y^2-10y+25$$

(3) 公式③を用いて，$a=x$，$b=1$ を代入すると，

$$(x+1)(x-1)=x^2-1^2=x^2-1$$

(4) 公式④を用いて，$a=-3$，$b=4$ を代入すると（x はそのままでよい），

$$(x-3)(x+4)=x^2+(-3+4)x+(-3)\cdot 4=x^2+x-12$$

(5) 公式⑤を用いて，$a=2$，$b=-3$，$c=3$，$d=-1$ を代入すると，

$$(2x-3)(3x-1)=2\cdot 3x^2+\{2\cdot(-1)+(-3)\cdot 3\}x+(-3)\cdot(-1)=6x^2-11x+3$$

(6) 公式⑦を用いて，$a=t$，$b=3$ を代入すると，

$$(t+3)(t^2-3t+9)=t^3+3^3=t^3+27$$

(7) 公式⑧用いて，$b=4$ を代入すると，

$$(a+4)^3=a^3+3a^2\cdot 4+3a\cdot 4^2+4^3=a^3+12a^2+48a+64$$

(8) 公式⑩を用いて，$a=x$，$b=-2y$，$c= 3z$ を代入すると，

$$\begin{aligned}(x-2y+3z)^2&=x^2+(-2y)^2+(3z)^2+2\cdot x\cdot(-2y)+2\cdot(-2y)\cdot(3z)+2\cdot(3z)\cdot x\\&=x^2+4y^2+9z^2-4xy-12yz+6zx\end{aligned}$$

注意

どの問題でも，最初の＝のところでは，公式にさまざまな値を**代入**しています．代入というのは，公式の中の**それぞれの文字を決めた数字や文字，式に置き換えると約束したような値ですべて書き換えていくこと**です．(1)だったら，公式①に出てくる a という文字を x に，b という文字を3に書き換えています．**書き換え以外のことは何もしていません．**計算のやり方がよくわからない，よく間違えるという人は，このことを他の問題でもすべてしっかり確認してください．

Chapter 1　式と計算　1.2　応用問題

1　複雑な展開

【問1】〔(1) ★★☆　(2) ★★☆〕

次の式を計算しなさい．

(1) $(x-y+z)(x-y-2z)$　　(2) $(x+2)(x+4)(x-3)(x-5)$

基本の確認　例題1

解説　(1) **共通する部分をひとつの文字で置き換えてまとめる**と，計算しやすくなります．

(2) (1)のような置き換えができるように，かける組み合わせを工夫します．

解答

(1) $x-y=X$とおくと，

$$
\begin{aligned}
(x-y+z)(x-y+2z) &= (X+z)(X-2z)\\
&= X^2-zX-2z^2\\
&= (x-y)^2-z(x-y)-2z^2\\
&= x^2-2xy+y^2-zx+yz-2z^2\\
&= x^2+y^2-2z^2-2xy+yz-zx
\end{aligned}
$$

(2) $(x+2)(x+4)(x-3)(x-5)=(x^2-x-6)(x^2-x-20)$

$x^2-x=X$とおくと，

$$
\begin{aligned}
&= (X-6)(X-20)\\
&= X^2-26X+120\\
&= (x^2-x)^2-26(x^2-x)+120\\
&= x^4-2x^3+x^2-26x^2+26x+120\\
&= x^4-2x^3-25x^2+26x+120
\end{aligned}
$$

【類題1】〔★★☆〕次の式を展開しなさい　$\left(\dfrac{x}{2}+1\right)\left(\dfrac{x}{2}+2\right)\left(\dfrac{x}{2}+3\right)\left(\dfrac{x}{2}+4\right)$

2　複雑な因数分解

【問2】〔(1) ★★☆　(2) ★★☆〕

次の式を因数分解しなさい．

(1) $2x^2-9x+4$　　(2) $2ab+6a-5b-15$

基本の確認　例題2

解説　(1) **たすき掛け**

基本例題では，x^2+Ax+Bという形を扱いましたが，ここではAx^2+Bx+Cという形を因数分解する方法を考えましょう．2ページのPoint：展開の公式⑤をもとに考えます．もし，$A=ac$，$B=ad+bc$，$C=bd$となる整数a，b，c，dを見つけられれば，$Ax^2+Bx+C=(ax+b)(cx+d)$と因数分解できます．そこで，それを次の方法で見つけます．

① $A=ac$，$C=bd$から，「かけてA，かけてC」となる(a, c)，(b, d)の候補を見つける．

② その候補を見つけたら図1のようにa，b，c，dを並べる．

③ 図1のa，b，c，dに対して，クロスさせるように2つずつ掛け合わせ，右側にその値を書く（図2）．

④ ③で書いた2つの値を足し合わせたものをその下に書く（図2）．

⑤ ④で書いたものがBに一致していれば，そのa，b，c，dで決まりです．ただし，この方法は一回でうまくいくとは限らないので，①の候補をいくつか見つけて，一致するまで何回も調べる作業が必要です．

［図1］
$$
\begin{array}{ccc}
a & \times & b\\
c & & d
\end{array}
$$

［図2］
$$
\begin{array}{cccc}
a & \times & b \to & bc\\
c & & d \to & \underline{ad}\\
 & & & ad+bc
\end{array}
$$

(2) 少し式が複雑になった因数分解です．こういうときは，「**ひとつの文字について着目して整理する**」というのがコツですので覚えておいてください．そうすると，共通因数が見つけやすくなります．

解答

(1) $2x^2-9x+4$なので，積が$ac=2$，$bd=4$となる整数a，b，c，dを考える．このうち，たすき掛けを行って，$ac+bd=-9$となるものを探すと，$a=2$，$b=-1$，$c=1$，$d=-4$となることがわかる．よって，$2x^2-9x+4=(2x-1)(x+4)$

Chapter 1 式と計算 1.1 基本問題

【類題 1】

(1) $(x-6)^2=x^2-2\cdot6\cdot x+6^2=x^2-12x+36$（公式②）

(2) $(2t+3)(2t-3)=(2t)^2-3^2=4t^2-9$（公式③）

(3) $(a-3)(a-5)=a^2+\{(-3)+(-5)\}a+(-3)\cdot(-5)=a^2-8a+15$（公式④）

(4) $(3a+2)(2a-1)=3\cdot2a^2+\{3\cdot(-1)+2\cdot2\}a+2\cdot(-1)=6a^2+a-2$（公式⑤）

注意 それぞれ真ん中の式変形を頭の中でパッと計算できるくらいになるのが理想です．

【類題 2】

(1) $a^2-3a-18$．和が -3，積が -18 となる2数を探すと，3と -6 です．

よって，$a^2-3a-18=(a+3)(a-6)$ です．

(2) x^2-4x+4．和が -4，積が4となる2数を探すと，-2 と -2 です．

よって，$x^2-4x+4=(x-2)^2$ です．

(3) まず，b でくくって，$a^2b+3ab-4b=b(a^2+3a-4)$

そして，a^2+3a-4 について，和が3，積が -4 となる2数を探すと，4と -1 です．

よって，$a^2b+3ab-4b=b(a+4)(a-1)$ です．

【類題 3】

$$\frac{41}{3\sqrt{5}+2}=\frac{41(3\sqrt{5}-2)}{(3\sqrt{5}+2)(3\sqrt{5}-2)}=\frac{41(3\sqrt{5}-2)}{(3\sqrt{5})^2-2^2}=\frac{41(3\sqrt{5}-2)}{41}=3\sqrt{5}-2$$

【類題 4】

$\sqrt{12-6\sqrt{3}}=\sqrt{12-2\sqrt{27}}$

ここで和が12，積が27となる2数を探すと，9と3ですから，$\sqrt{12-6\sqrt{3}}=\sqrt{9}-\sqrt{3}=3-\sqrt{3}$

【類題 5】

$$P=\frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}-2}=\frac{(\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}+2)}{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)}=\frac{(\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}+2)}{(\sqrt{5})^2-2^2}=(\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}+2)$$

$=5+2\sqrt{5}-\sqrt{5}-2=3+\sqrt{5}$

次に，$2^2(=4)<5<3^2(=9)$ より，$2<\sqrt{5}<3$．よって，$5<3+\sqrt{5}<6$ なので，$3+\sqrt{5}$ の整数部分 $a=5$，小数部分 $b=P-a=(3+\sqrt{5})-5=\sqrt{5}-2$

また，

$$3a+b-1=P+\boxed{\text{F}}$$
$$\boxed{\text{F}}=3a+b-1-P$$
$$=3\cdot5+(\sqrt{5}-2)-1-(3+\sqrt{5})=9$$

【類題 6】

(1) $\begin{cases}2x-3>-x+6 & \cdots\cdots① \\ 1-x\leqq 3x & \cdots\cdots②\end{cases}$

①を解くと，$3x>9$ より，$x>3$ ……③です．

②を解くと，$-4x\leqq-1$ より，$x\geqq\dfrac{1}{4}$ ……④です．

③かつ④より，連立不等式の解は，$x>3$ です．

(2) $4x-3<3x-2<-2x+5$ を2つの不等式に分けると，

$\begin{cases}4x-3<3x-2 & \cdots\cdots① \\ 3x-2<-2x+5 & \cdots\cdots②\end{cases}$ です．

①を解くと，$x<1$ ……③

②を解くと，$5x<7$ より $x<\dfrac{7}{5}$ ……④

③かつ④より，連立不等式の解は，$x<1$ です．

【類題 7】

(1)（因数分解を利用する）

$$x^2-5x-14=0$$
$$(x+2)(x-7)=0$$
$$x=-2,\ 7$$

(2)（因数分解は難しいので，解の公式を利用する）

$$x^2+x-1=0$$
$$x=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-4\cdot1\cdot(-1)}}{2}=\frac{-1\pm\sqrt{5}}{2}$$