

〈あとがき〉

ニュートンらによって17世紀に発見された微積分法は、続く18世紀にかけて、偉大ではあるが個別的な問題解決のための壮大な技法の集積と化していた。これを学問的に体系化したのはオイラーである。その後微積分についての規範的な教科書となる彼の『無限解析序説』(1748)は、「解析」という用語を、この新しい学問の名称として普及させ、この新数学を小さい数学専門家集団を超えて共有される《社会知》へと転換する契機となった。とはいえ、オイラーの解析学は、彼の《関数概念》を基礎とするものであり、連続性の概念についても、素朴な理解に留まっていた。いわば「無限大」「無限小」という古典的な用語と、「代数学の普遍性」という当時の哲学に依拠する微積分であった。

19世紀に入り、コーシーがパリの高等教育機関での自分の講義のための新しい教科書を何冊か書いた。その中でもっとも有名なのは、『解析教程』(1821)である。ここでコーシーは、今日流の《極限概念》を基礎にして、連続、収束、微分、積分をはじめとする微積分の諸概念の厳密な構築に成功した。しかし、実数についての理論を欠いているなど致命的な欠点もあった。

コーシーよりほんの少し前に、フーリエによって熱伝導現象の数学的解明のために発見された《フーリエ級数》(当時は三角級数と呼ばれていた)は、その後解析学の中心的な話題の1つとなり、その研究を通じて積分や関数列の収束を巡って多くの繊細な数学的概念の定式化が進行していく。この歴史は、ディリクレ、リーマンという数学界の巨星が演じた役割を通じて華やかに彩られている。そして19世紀第3四半世紀末、ほぼ同時に、カントル、デデキント、メラによる、表現は異なるものの数学的にはほぼ同値な《有理数を通じた実数の定義》が提案され、やがて解析学全体を自然数論に還元するワイエルシュトラスの《解析学の数論化》という哲学が生まれる。現代の解析学はほぼこれを基盤としたものであるとあってよい。なお今日、世界的な標準となっている《 $\varepsilon\delta$ 論法》を確立したのもワイエルシュトラスである。

このような歴史を背景に、世界では多くの解析学の教科書が書かれてきた。わが国では高木貞治先生による『解析概論』(岩波書店)がいまも世界に誇る

ことのできる名著であり、長きに渡って広く読まれてきている。その後続く解析学の教科書や講義に、『解析概論』の強い影響があるのはこれが真の名著であったことの必然的な結果である。確かに、『解析概論』は、単に、解析学の基本的な知識の効率よい理解のための洗練された体系的叙述、というだけではまったくない。漢学や数学史についての幅広い学識に基づく高木先生の、高尚にして魅惑的、簡潔にして流麗な文章で、解析学の広大な世界が深い数学的な叡智の調べに乗った《物語り》として展開されているからである。

しかし、残念なことに、現代の大学生には、『解析概論』が「合わない」という。確かに、情報の氾濫する社会に育った若者には、『解析概論』は文体からして反りが合わないのかも知れない。彼らの育った環境、特に学問に目覚めるべき青年期の環境を考えれば無理もない。

まえがきでは書くことを躊躇した我々の不遜な野心をあとがきの気楽さでここに吐露させていただこう。それは、そのような若者の実情を座視してきた大人世代の責任として、『現代の若者のための新しい解析概論』を目指して、微積分学を語ろうとしたということである。まえがきに述べたことをさらに明確に述べれば、次のようになる。

- 厳密な論理の上に構築される解析学の理想を遠くに見据え、しかし、論理的厳密性を金科玉条のごとく振りかざすのではなく、まずは、細かい論理的な証明は後回しにして、その必要性がやがて自然に納得できるように、現代微積分の必須技法の基礎知識を、かつてニュートンやオイラーが発見してきたような素朴な発想で叙述し、
- 一方で、最近の数学教育では等閑視されがちな自然科学、特に物理学と微積分との密接な関係をオイラーやフーリエのように強調し、
- 最後に、コーシーやワイエルシュトラスのように、それまでの歴史で積み残されてきた概念と定理に対し論理的基礎付けを与える

このようなスタイルで、微積分学を1つの《物語り》として、個々の概念や定理の《意味》を理解してもらえるように語ろうと努めたのは、著者たちが『解析概論』を通じて学んだ高木先生の教えを現代風に実践しようとしたからである。本書が、若い人々の間に『解析概論』の愛読者が増えるきっかけとなればこの上なく光栄である。

解析学は、日々発展している数学の中でも、特に広範囲に問題が広がる複雑な世界である。本書では、上下2巻をもってしても、その限られた紙数の中で、読者に伝えたい解析学の基本的話題を限定せざるを得なかったことを釈明しておきたい。意図的に詳しい説明を省いたものや、そもそも触れることさえ断念した話題も数多い。釈明ついでに言えば、そもそも、高木先生の『解析概論』にしてもすべての話題を包括しているわけではない。たとえば、実数の定義が理論的な厳密性にそって詳しく叙述されているものの、中学生でも知っている実数の算法の定義やその規則について詳しい議論を展開しているわけではない。実は、自然数から出発して実数を綿密に構成していくのは、それを経験したことがない人には想像もできないほどタフな作業なのである。

本書を通じて、微積分学との出会いが読者にとって生涯に渡って思い出深いものとなることを心より祈る。

2016年10月

著者を代表して 長岡亮介